Livret de calcul

ATS - Toulouse

Sommaire

A quoi sert ce livret et comment l'utiliser ?

Ce livret est basé sur le programme de mathématiques du collège et du lycée. C'est un outil pour vous aider à vous améliorer en calcul et sans calculatrice. Une version en ligne vous permettra d'accéder à des vidéos (site Maths et tiques) pour reprendre les bases si besoin.

Nous vous recommandons de travailler pendant l'été un maximum d'exercices proposés et sans calculatrice. Nous vous conseillons également de bien conserver ce livret, il pourrait vous être utile dans l'année.

La plupart des exercices sont des calculs élémentaires et peuvent vous paraître simples, mais sachez que les erreurs de calculs sont fréquentes. L'objectif est de gagner des automatismes de calcul. Travailler les techniques élémentaires de calcul vous facilitera grandement la vie pour appréhender les nouvelles notions qui vous attendent en mathématiques, sciences physiques et sciences industrielles de l'ingénieur.

Ressources et références

- Cahier de calcul en maths - Classes prépas - Dunod
- Maths et tiques - Yvan Monka - site officiel
- BibM@th, la bibilothèque des mathématiques - site officiel
  Sur la page "Automatismes : calculs algébriques" ici d'autres exercices sont également disponibles

Fractions

- Le quotient $\dfrac{a}{b}$ existe à condition que a et b existent et que b soit différent de 0
- Une fraction est un quotient de nombres entiers
- Simplifier : pour b et c non nuls, $\dfrac{a\times c}{b\times c}=\dfrac{a}{b}$
- Additionner ou soustraire : pour b et d non nuls, $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad+cb}{bd}$
- Multiplier ou diviser : sous réserve d'existence,

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}\ ;\ a\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{d}\ ;\ \frac{1}{\frac{c}{d}}=\frac{d}{c}\ ;\ \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}\ ;\ \frac{a}{\frac{c}{d}}=\frac{a\times d}{c}\ ;\ \frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b\times c}$$

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 Dans chaque cas, écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\dfrac{8}{12}=\ldots\ldots$ b) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}=\ldots\ldots$ c) $\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}=\ldots\ldots$ d) $\dfrac{2}{5}+1=\ldots\ldots$ e) $\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{20}=\ldots\ldots$

Exercice 2 Dans chaque cas, écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\dfrac{4}{3}\times\dfrac{7}{5}=\ldots\ldots$ b) $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{9}=\ldots\ldots$ c) $\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{6}=\ldots\ldots$ d) $\dfrac{7}{8}-\dfrac{6}{5}=\ldots\ldots$

e) $\dfrac{-2}{5}\times\dfrac{3}{-7}\times\dfrac{7}{2}=\ldots\ldots$ f) $\dfrac{7}{11}\times\dfrac{3}{14}=\ldots\ldots$ g) $\dfrac{6}{35}\times\dfrac{14}{3}\times\dfrac{1}{2}=\ldots\ldots$ h) $\dfrac{51}{26}\times\dfrac{49}{15}\times\dfrac{65}{119}=\ldots\ldots$

Exercice 3 Dans chaque cas, écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\dfrac{2}{3}\div\dfrac{5}{7}=\ldots\ldots$ b) $\dfrac{1}{3}\div 5=\ldots\ldots$ c) $-4\div\dfrac{-2}{13}=\ldots\ldots$ d) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}}=\ldots\ldots$ e) $\dfrac{3}{\frac{7}{2}}=\ldots\ldots$

Exercice 4 Dans chaque cas, écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\dfrac{2}{3}-\dfrac{4}{3}\times\dfrac{2}{5}=\ldots\ldots$ b) $1+\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=\ldots\ldots$ c) $\dfrac{1+\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{3}}=\ldots\ldots$ d) $\dfrac{7}{3}\left(2-\dfrac{11}{4}\right)=\ldots\ldots$

e) $\dfrac{-3}{5}\times\dfrac{5}{\frac{-6}{13}}=\ldots\ldots$ f) $\dfrac{5}{7}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\ldots\ldots$ g) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}=\ldots\ldots$ h) $\dfrac{\frac{7}{-6}\times\frac{3}{-10}}{\frac{-14}{5}\times\frac{1}{-5}}=\ldots\ldots$

Exercice 5 Écrire $\dfrac{0,5-\frac{3}{17}+\frac{3}{37}}{\frac{5}{6}-\frac{5}{17}+\frac{5}{37}}+\dfrac{0,5-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-0,2}{\frac{7}{5}-\frac{7}{4}+\frac{7}{3}-3,5}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 6 Mettre sous la forme d'une seule fraction qu'on écrira le plus simplement possible.

a) Pour $n\in\mathbb{N}^*$, $\dfrac{1}{(n+1)^2}+\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n}=\ldots\ldots$ b) Pour $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$, $\dfrac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}=\ldots\ldots$

Puissances

Pour tout n entier positif non nul, a^n est le produit de n facteurs égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- par convention, $a^0 = 1$
- cas particulier : $0^n = 0$ pour tout n entier positif non nul

Pour a et b deux nombres non nuls, n et m deux entiers relatifs :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$ en particulier $a^n \times a^{-n} = 1$ (a^{-n} est l'inverse de a^n)
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ en particulier $(-a)^n = (-1)^n a^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

a) $10^5 \cdot 10^3 = \ldots\ldots\ldots$ b) $(10^5)^3 = \ldots\ldots\ldots$ c) $\dfrac{10^5}{10^3} = \ldots\ldots\ldots$

d) $\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}} = \ldots\ldots\ldots$ e) $\dfrac{(10^5 \cdot 10^{-3})^5}{(10^{-5} \cdot 10^3)^{-3}} = \ldots\ldots\ldots$ f) $\dfrac{(10^3)^{-5} \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10^{-5}} = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 2 Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

a) $0,001 = \ldots\ldots\ldots$ b) $10^3 \cdot 0,01^3 = \ldots\ldots\ldots$ c) $\dfrac{0,01^2}{0,1^5} = \ldots\ldots\ldots$

d) $0,001^{-2} \cdot 1000^2 = \ldots\ldots\ldots$ e) $\dfrac{1000 \cdot 0,01^3}{0,1^3 \cdot 0,01^2} = \ldots\ldots\ldots$ f) $\dfrac{(0,01^3)^{-2}}{0,1^{-3} \cdot (100^{-2})^{-3}} = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 3 Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme a^n avec a et n deux entiers relatifs.

a) $3^4 \cdot 5^4 = \ldots\ldots\ldots$ b) $(5^3)^{-2} = \ldots\ldots\ldots$ c) $\dfrac{2^5}{2^{-2}} = \ldots\ldots\ldots$

d) $(-7)^3 \cdot (-7)^{-5} = \ldots\ldots\ldots$ e) $\dfrac{6^5}{2^5} = \ldots\ldots\ldots$ f) $\dfrac{(30^4)^7}{2^{28} \cdot 5^{28}} = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 4 Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme $2^n \cdot 3^p$, où n et p sont deux entiers relatifs.

a) $\dfrac{2^3 \cdot 3^2}{3^4 \cdot 2^8 \cdot 6^{-1}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $2^{21} + 2^{22} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\dfrac{3^{22} + 3^{21}}{3^{22} - 3^{21}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ d) $\dfrac{\left(3^2 \cdot (-2)^4\right)^8}{\left((-3)^5 \cdot 2^3\right)^{-2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 5 Dans chaque cas, simplifier au maximum.

a) $\dfrac{8^{17} \cdot 6^{-6}}{9^{-3} \cdot 2^{42}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\dfrac{55^2 \cdot 121^{-2} \cdot 125^2}{275 \cdot 605^{-2} \cdot 25^4} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\dfrac{12^{-2} \cdot 15^4}{25^2 \cdot 18^{-4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ d) $\dfrac{36^3 \cdot 70^5 \cdot 10^2}{14^3 \cdot 28^2 \cdot 15^6} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Développer et factoriser

Développer	**Factoriser**
Simple distributivité $4(x-2)=4x-8$ **Double distributivité** $(4+3x)(x-2)=4x-8+3x^2-6x$ **Remarque utile :** $(2x-3)^2=(2x-3)(2x-3)$	**Méthode 1 :** facteur commun évident ...... x ...... + ... x ...... = ... (...... + ...) $A(x)=(4x-3)(x-5)+(4x-3)(7x+10)$ $A(x)=(4x-3)(x-5+7x+10)$ $\boxed{A(x)=(4x-3)(8x+5)}$ **Méthode 2 :** facteur commun caché $B(x)=(4x-3)(x-5)+(8x-6)(7x+10)$ $B(x)=(4x-3)(x-5)+2(4x-3)(7x+10)$ $B(x)=(4x-3)[(x-5)+2(7x+10)]$ $B(x)=(4x-3)(x-5+14x+20)$ $\boxed{B(x)=(4x-3)(15x+15)}$ ou encore $B(x)=15(4x-3)(x+1)$

La base en vidéos : cours développement et cours factorisation

Dans les exercices suivants, x représente un nombre réel ou complexe.

Exercice 1 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

a) $5(6x-2)+2(3-7x)=$ ....
b) $5(1-5x)-(8x-3)=$ ....
c) $(-x+4)(x+8)=$ ....
d) $(8x-3)(8-7x)+2(8x-3)=$ ....
e) $3(4x-7)(7x+5)=$ ....
f) $5(1+2x)-(11+2x)(3x-1)=$ ....
g) $\left(\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{7}\right)=$ ....
h) $(x^2-3x)(5x^3-7)=$ ....

Exercice 2 Factoriser les expressions suivantes.

a) $(8x-3)(7x-5)+(8x-3)(x+9)=$ ....
b) $(1-4x)(x+7)+(1-4x)(2x-1)=$ ....
c) $(3x+2)(x-2)+7(3x+2)=$ ....
d) $(11+2x)(3x+1)+(11+2x)=$ ....
e) $(13x-5)(x-1)-(x-1)(x+3)=$ ....
f) $(8x-5)(x+1)+3(x+1)-(7x-1)(x+1)=$ ....
g) $(x+4)(3x-1)+(2x+8)(x+7)=$ ....
h) $(5x-9)^2-(5x+10)(5x-9)=$ ....
i) $(5x-3)(7-x)-(x-7)(4x-3)=$ ....
j) $(6x-5)(2x+11)+(x+9)(5-6x)=$ ....

Exercice 3 Développer et factoriser les expressions suivantes.

a) $3(x+1)-(x+3)(2x+2)=$ ....
b) $(3x-2)(x+1)-(6x-4)(x+3)=$ ....
c) $(4x+7)^2+4x+7=$ ....
d) $(2x-3)^2+(x+6)(3-2x)+4x-6=$ ....

Identités remarquables

Soit a, b et x des nombres

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- Cas particulier : $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

La base en vidéos : exercices de développement et exercices de factorisation

Dans les exercices suivants, x représente un nombre réel ou complexe.

Exercice 1 Développer les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable.

a) $(x+3)^2 =$ .... b) $(x-4)^2 =$ .... c) $(x-5)(x+5) =$ ....
d) $(3x-5)^2 =$ .... e) $(2x-3)^2 =$ .... f) $(11-x)(11+x) =$ ....
g) $(7x+2)^2 =$ .... h) $(4x-7)^2 =$ .... i) $(4x-3)(4x+3) =$ ....

Exercice 2 Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable.

a) $x^2 + 10x + 25 =$ .... b) $x^2 - 2x + 1 =$ .... c) $x^2 - 49 =$ ....
d) $4x^2 - 20x + 25 =$ .... e) $36x^2 + 36x + 9 =$ .... f) $9x^2 - 16 =$ ....

Exercice 3 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

a) $(x+2)^2 + (3-2x)(3+2x) =$ .... b) $(2x+1)^2 - (x-3)^2 =$ ....
c) $(x+1)(x-1) - (5x+2)^2 =$ .... d) $(7-x)^2 - (9x-1)^2 =$ ....

Exercice 4 Factoriser les expressions suivantes.

a) $(x+2)^2 - 9 =$ .... b) $(2x+1)^2 - (x-3)^2 =$ ....
c) $(x+2)(x+1) + x^2 - 1 =$ .... d) $25 - x^2 - (x-5)(2x+3) =$ ....

Exercice 5 Dans chaque cas, simplifier au maximum l'expression sous la forme d'un seul quotient.
(avec x un nombre non nul et différent de 1, -1, 2, et -2)

a) $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{2}{x^2-1} =$ .... b) $\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{8}{x^2-4} =$ ....
c) $\dfrac{x^2}{x^2-x} + \dfrac{x^3}{x^3+x^2} - \dfrac{2x^2}{x^3-x} =$ .... d) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{x+2}{x^2-4} + \dfrac{2}{x^2-2x} =$ ....

Exercice 6
Écrire sous forme canonique les expressions suivantes comme dans l'exemple. Voir aussi la vidéo ici.

Exemple :
$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 5 &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 5 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 - 3^2 + 5 \\ &= (x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2) - 3^2 + 5 \\ &= (x+3)^2 - 9 + 5 \\ &= (x+3)^2 - 4 \end{aligned}$$

a) $x^2 + 8x + 3 =$ .... b) $x^2 - 10x + 9 =$ .... c) $x^2 + 2x + 7 =$ ....
d) $5x^2 + 30x + 46 =$ .... e) $2x^2 - 12x + 8 =$ .... f) $3x^2 + 15x - 7 =$ ....

Racines carrées

Soit a et b deux nombres positifs.
$\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est égal à a.

- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Si $b \neq 0$, alors $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$
- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (à tester avec $a = 16$ et $b = 9$)

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1
Écrire chaque nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un nombre réel et b un nombre entier le plus petit possible.

a) $\sqrt{20} = \dots\dots$ b) $\sqrt{27} = \dots\dots$ c) $\sqrt{45} = \dots\dots$ d) $\sqrt{160} = \dots\dots$

e) $\sqrt{275} = \dots\dots$ f) $\sqrt{\dfrac{18}{25}} = \dots\dots$ g) $\sqrt{\dfrac{198}{891}} = \dots\dots$ h) $\sqrt{\dfrac{495}{44}} = \dots\dots$

Exercice 2 Éffectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers naturels, b le plus petit possible.

a) $2\sqrt{20} + \sqrt{5} - \sqrt{45} = \dots\dots$ b) $\sqrt{40} - \sqrt{160} + 2\sqrt{250} = \dots\dots$ c) $\sqrt{507} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27} = \dots\dots\dots$

Exercice 3 Simplifier les produits suivants.

a) $\sqrt{14} \times \sqrt{56} = \dots\dots\dots$ b) $\sqrt{2 \times 3^2} \times \sqrt{2^3 \times 3^4 \times 5} = \dots\dots\dots$ c) $\sqrt{8} \times \sqrt{\dfrac{8}{9}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $\sqrt{80} \times \sqrt{180} = \dots\dots\dots$ e) $\sqrt{8} \times \sqrt{225} \times \sqrt{72} = \dots\dots\dots\dots$ f) $\sqrt{45} \times \sqrt{\dfrac{22}{20}} \times \sqrt{\dfrac{28}{11}} = \dots\dots\dots$

g) $\sqrt{2^3} \times \sqrt{2^7} = \dots\dots\dots$ h) $\sqrt{7,5} \times \sqrt{2,7} \times \sqrt{0,04} = \dots\dots\dots$ i) $\dfrac{\sqrt{5^5} \times \sqrt{2^3} \times \sqrt{7^3}}{\sqrt{50} \times \sqrt{28}} = \dots\dots\dots$

Exercice 4 Effectuer les produits suivants puis réduire.

a) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = \dots\dots\dots$ b) $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = \dots\dots\dots$ c) $(3\sqrt{6} - \sqrt{150})(5\sqrt{24} - 2\sqrt{54}) = \dots\dots\dots$

d) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = \dots\dots\dots$ e) $\sqrt{1 + \dfrac{3}{5}}\sqrt{1 - \dfrac{3}{5}} = \dots\dots\dots\dots$ f) $(\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{6}})^2 = \dots\dots\dots\dots$

Exercice 5 Écrire sans racine au dénominateur (en utilisant la quantité conjuguée, voir exemple).
Exemple : $A = \dfrac{3}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{3(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \dfrac{3\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}^2-1} = \dfrac{3\sqrt{5}-3}{5-1} = \dfrac{3\sqrt{5}-3}{4}$

a) $\dfrac{5}{\sqrt{2}+1} = \dots\dots\dots$ b) $\dfrac{11}{3-\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$ c) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$ d) $\dfrac{7+\sqrt{2}}{5+\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

Exercice 6 Justifier les affirmations suivantes.

a) $\sqrt{8} + \sqrt{50} = \sqrt{98}$ b) L'inverse de $\sqrt{2}+1$ est $\sqrt{2}-1$. c) $\dfrac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{3}}$ et $\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$ sont égaux.

Équations

Quelques bases :

- Deux équations sont dites équivalentes si elles ont le même ensemble de solutions
- Deux équations sont équivalentes si :
  - on ajoute ou retranche le même nombre dans chaque membre
  - on multiplie ou divise par le même nombre non nul dans chaque membre
- Un produit est nul si, et seulement si, l'un au moins des facteurs est nul
- Un quotient est nul si, et seulement si, le numérateur est nul et le dénominateur non nul

La base en vidéos : cours et exercices

On note $\mathscr{S} = \{\dots\dots\dots\}$ l'ensemble des solutions à écrire entre les accolades.

Exercice 1 Résoudre les équations suivantes.

a) $3x+2=0$ b) $14-3x=-1$ c) $2x-3=-x+6$ d) $5x+7=5-2x$

Exercice 2 Résoudre les équations produit suivantes.

a) $(2x+3)(2x+1)=0$ b) $(-x-3)(5x+2)=0$ c) $2x(6x-3)=0$
d) $(5x+1)(7-3x)(x+2)=0$ e) $5(2x-4)(x+2)=0$ f) $-3x(1-4x)(7x+4)=0$

Exercice 3 Se ramener à une équation produit pour résoudre les équations suivantes.

a) $x^2-25=0$ b) $4x^2=1$ c) $x^2-3=0$
d) $3x^2-2x=7x$ e) $7-x^2=2$ f) $(x-3)^2=7$
g) $(2x-3)(4+7x)+(2x-3)(x+4)=0$ h) $(3x-5)^2=(2x-3)(3x-5)$
i) $(2x-1)^2-(7x+3)^2=0$ j) $(5x+3)^2=4(2x+5)^2$

Exercice 4 Résoudre les équations quotient suivantes (aide en vidéo : ici).

a) $\dfrac{2x+8}{5-2x}=0$ b) $\dfrac{10x-15}{12-8x}=0$ c) $\dfrac{3x+1}{2+6x}=0$
d) $\dfrac{(-6x+5)(3x-1)}{7+x}=0$ e) $\dfrac{(-x+5)(3x+6)}{(x+1)(2x+3)}=0$ f) $\dfrac{(11+11x)(3+x)}{x^2-1}=0$

Exercice 5 Se ramener à une équation quotient pour résoudre les équations suivantes.

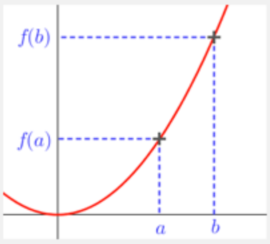
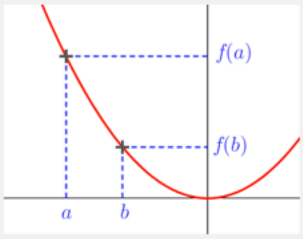
a) $\dfrac{2}{3x+1}=5$ b) $\dfrac{3x+1}{6-5x}=2$ c) $\dfrac{2x^2+1}{3+x}=2x$
d) $\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{4}{1-2x}$ e) $\dfrac{1}{1-2x}+4=\dfrac{-4x}{2-x}$ f) $\dfrac{4}{x+1}+\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{5}{x^2-1}$

Exercice 6 Exprimer simplement l'inconnue en fonction des autres grandeurs (avec $m\neq 0$).

a) $\dfrac{1}{k}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}$ avec pour inconnue k. b) $\dfrac{2mg}{a}\rho-\dfrac{mC^2}{\rho^3}=0$ avec pour inconnue ρ et $\rho>0$.
c) $\dfrac{R}{L}-\dfrac{I}{RC}=0$ avec pour inconnue R. d) $\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{mgd^2}{2R}=\dfrac{mgR}{2}$ avec pour inconnue v.

Inégalités et inéquations

Rappels pour la conservation ou le changement d'ordre dans une inégalité

Ordre conservé	**Ordre changé**
• Ajouter ou soustraire un nombre réel • Multiplier ou diviser par un nombre réel strictement <u>positif</u> • Appliquer une fonction croissante 	• Multiplier ou diviser par un nombre réel strictement <u>négatif</u> • Appliquer une fonction décroissante 

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 On considère un nombre réel x tel que $-2 < x \leqslant 1$. Encadrer les expressions suivantes.

a) $x+1$ b) $x-4$ c) $3x$ d) $-2x$ e) $-\dfrac{x}{2}$ f) $2x-7$ g) $11-5x$

Exercice 2 Résoudre les inéquations suivantes.

a) $5x-3 > 7x-95$ b) $3x \geqslant 24 - \dfrac{x}{2}$ c) $\dfrac{3x-2}{4} < \dfrac{x}{2}$

Exercice 3 Résoudre les inéquations produit suivantes (aide en vidéo : ici).

a) $(3x+2)(5x-4) > 0$ b) $(-2x+7)(5x-4) \leqslant 0$ c) $(-5x-2)(-13x+7) < 0$
d) $(-x+8)(5-2x) \geqslant 0$ e) $(-x+5)(3x-1)(-7x-3) \leqslant 0$ f) $x(x^2-1) > 0$

Exercice 4 Résoudre les inéquations quotient suivantes (aide en vidéo : ici).

a) $\dfrac{-5x-2}{-13x+8} < 0$ b) $\dfrac{7-3x}{x+8} \geqslant 0$ c) $\dfrac{-x+8}{5-2x} \geqslant 0$ d) $\dfrac{(-x+5)(3x-1)}{(3+2x)(-7x-3)} \geqslant 0$

Exercice 5 Résoudre les inéquations suivantes (si besoin se ramener à une inéquation produit ou quotient).

a) $(1-4x)(x+7) - 3(1-4x) \leqslant 0$ b) $\dfrac{3}{x+1} > \dfrac{2}{x-1}$ c) $\dfrac{2}{3x+1} \leqslant 5$

d) $(5x-9)^2 < (5x+10)(5x-9)$ e) $\dfrac{3x+1}{6-5x} \leqslant -2$ f) $\dfrac{2x^2+1}{3+x} < 2x$

g) $x^2-2x+1 \geqslant 2x-3$ h) $\dfrac{x-3}{x+1} + \dfrac{2x+5}{x-2} > 3$ i) $\dfrac{3}{x+1} + \dfrac{2}{x-1} > \dfrac{5}{x^2-1}$

j) $x^4 - 1 \leqslant x^2 - 1$ k) $\dfrac{x}{3x-1} \geqslant \dfrac{3x-1}{x}$ l) $\dfrac{1}{x^2+1} \leqslant 1$

Dérivation

Sous réserve d'existence

- Dérivées des fonctions usuelles (avec n un entier naturel non nul, k, a et b des réels)

Fonction :	$f(x)=k$	$f(x)=ax+b$	$f(x)=x^n$	$f(x)=\dfrac{1}{x^n}$	$f(x)=\sqrt{x}$
Dérivée :	$f'(x)=0$	$f'(x)=a$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$f'(x)=\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

- Opérations sur les fonctions dérivées
(avec u et v deux fonctions, k un réel et n un entier naturel non nul)

Fonction :	$u+v$	$k.u$	uv	u^n	$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{u}{v}$	$\sqrt{u}$
Dérivée :	$u'+v'$	$k.u'$	$u'v+uv'$	$nu'u^{n-1}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 - avec des sommes
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

a) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=x^4+x^2$ b) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=3x^5+x$ c) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=\sqrt{x}+3x$

d) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=-6\sqrt{x}+1$ e) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{x^3}{6}$ f) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^7}$

Exercice 2 - avec des produits
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

a) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=(x^2+3x+2)(2x-5)$ b) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=(x^3+3x+2)(x^2-5)$

c) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=x\sqrt{x}$ d) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=x^2\sqrt{x}$

Exercice 3 - avec des quotients
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

a) $x\in]2;+\infty[$ et $f(x)=\dfrac{5x+3}{2-x}$ b) $x\in]1;+\infty[$ et $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$

c) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=\dfrac{3x+1}{x^2+x+1}$ d) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{3x+2}$

Exercice 4
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

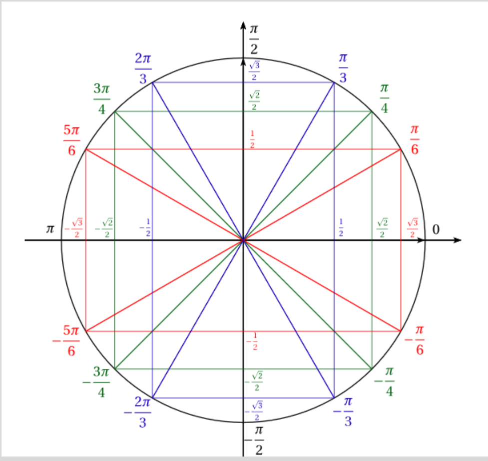
a) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=\dfrac{1}{3x^2-5x+4}$ b) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=5x^2+\dfrac{4}{x^2+3}$

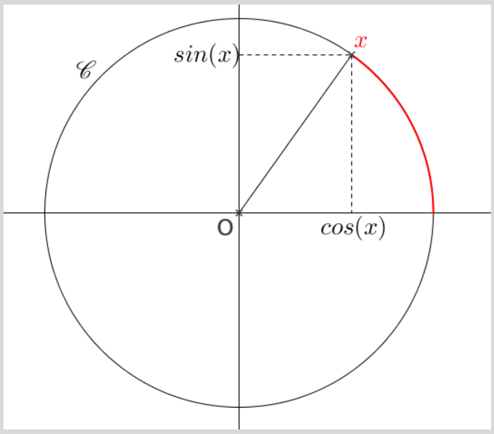
c) $x\in]0;+\infty[$ et $f(x)=\dfrac{7x-4}{\sqrt{x}}$ d) $x\in\mathbb{R}$ et $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$

Exercice 5
Déterminer l'expression d'une fonction f définie sur $]0;+\infty[$ et telle que $f'(x)=x^3+\dfrac{1}{x^2}$.

Trigonométrie

Cercle trigonométrique (de centre O et de rayon 1) et valeurs remarquables





x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Propriété : pour tout réel x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 Donner les valeurs exactes.

a) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ c) $\cos\left(-\frac{11\pi}{3}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\sin\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ e) $\sin(7\pi) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ f) $\cos(13\pi) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 2 Simplifier.

a) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ d) $\cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 3 Sans calcul, donner le signe des nombres suivants.

a) $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \ldots\ldots\ldots$ b) $\sin\left(\frac{7\pi}{5}\right) \ldots\ldots\ldots$ c) $\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) \ldots\ldots\ldots$ d) $\sin\left(\frac{14\pi}{5}\right) \ldots\ldots\ldots$

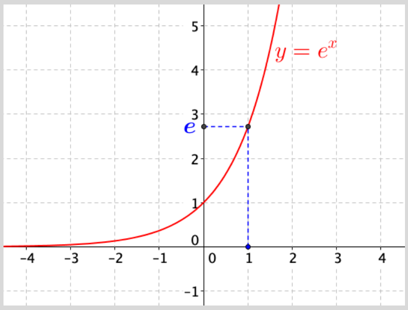
Exercice 4 Résoudre dans $[0; 2\pi]$, puis dans $[-\pi; \pi]$ les équations suivantes.

a) $\cos(x) = \frac{1}{2}$ b) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exponentielle

- $\mathrm{e}^0 = 1$, $\mathrm{e}^1 = e$
- Signe et dérivée
  pour tout réel x, $\mathrm{e}^x > 0$ et $\exp'(x) = \exp(x)$
  avec u une fonction dérivable : $(\mathrm{e}^u)' = u'\,\mathrm{e}^u$
- Pour tous réels a et b

$\mathrm{e}^a\,\mathrm{e}^b = \mathrm{e}^{a+b}$	$(\mathrm{e}^a)^b = e^{ab}$
$\dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b} = \mathrm{e}^{a-b}$	$\dfrac{1}{\mathrm{e}^b} = e^{-b}$
$\mathrm{e}^a = \mathrm{e}^b \Leftrightarrow a = b$	$\mathrm{e}^a < \mathrm{e}^b \Leftrightarrow a < b$



La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 Simplifier et écrire chaque résultat sous la forme e^a avec a un nombre réel.

a) $\mathrm{e}^{-7} \times \mathrm{e}^3 = \ldots\ldots\ldots$ b) $\dfrac{\mathrm{e}^{14}}{\mathrm{e}^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ c) $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{11}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\dfrac{\mathrm{e}^{1,7} \times \mathrm{e}^{-3}}{\mathrm{e}^{10}} = \ldots\ldots$ e) $\mathrm{e}^2 \times (\mathrm{e}^3)^{-4} = \ldots\ldots$ f) $\left(\dfrac{\mathrm{e} \times \mathrm{e}^{-5,1}}{\mathrm{e}^7}\right)^2 = \ldots\ldots$

Exercice 2 Simplifier chaque expression et écrire le résultat sous la forme $\mathrm{e}^{A(x)}$ avec x un nombre réel.

a) $\mathrm{e}^{1+x} \times \mathrm{e}^x = \ldots\ldots\ldots$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{-7+0,2x}} = \ldots$ c) $\dfrac{\mathrm{e} \times \mathrm{e}^{3x-1}}{\mathrm{e}^{x+1}} = \ldots\ldots$ d) $\dfrac{\mathrm{e}^{-x+1}}{\mathrm{e}^{x-3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

e) $\mathrm{e}^{2-x} \times \mathrm{e}^{3-x} = \ldots\ldots$ f) $\dfrac{\mathrm{e}^{2x-5}}{\mathrm{e}^{x+5}} = \ldots\ldots$ g) $\dfrac{\mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^{x+1}}{\mathrm{e}^{x-1}} = \ldots\ldots$ h) $\dfrac{\mathrm{e}^{2-x} \times (\mathrm{e}^{2x+1})^3}{\mathrm{e}^{-x-1} \times \mathrm{e}^{2x}} = \ldots\ldots$

Exercice 3 Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes (aide en vidéos : équations - inéquations)

a) $\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^3$ b) $\mathrm{e}^{3x+1} = 1$ c) $\dfrac{1}{\mathrm{e}^x} - 1 = 0$ d) $\dfrac{3}{\mathrm{e}^{2x}+2} = \mathrm{e}^{-2x}$ e) $(\mathrm{e}^x+1)(\mathrm{e}^x-1) = 0$

f) $\mathrm{e}^{-x+1} > 1$ g) $7\,\mathrm{e}^{-x} < -7$ h) $\dfrac{1}{\mathrm{e}^x+1} \geqslant 1$ i) $\mathrm{e}^{-2x} \leqslant 1$ j) $\mathrm{e}^x > \mathrm{e}$

k) $\mathrm{e}^x \leqslant \mathrm{e}^{-x}$ l) $\mathrm{e}^{-x^2} \leqslant \mathrm{e}^x$ m) $(\mathrm{e}^x+1)(\mathrm{e}^{-3x}-1) > 0$ n) $(\mathrm{e}^x)^2 \geqslant \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ o) $(2x-3)\,\mathrm{e}^x \leqslant 0$

Exercice 4 Montrer les égalités suivantes pour tout nombre réel x.

a) $\mathrm{e}^{2x} - 5\,\mathrm{e}^x + 4 = (\mathrm{e}^x - 1)(\mathrm{e}^x - 4)$ b) $\dfrac{\mathrm{e}^{(x+1)^2}}{\mathrm{e}^{(x-1)^2}} = \mathrm{e}^{4x}$ c) $(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})^2 - (\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})^2 = 4$

Exercice 5
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

a) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = (5-x)\,\mathrm{e}^x$ b) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = x\,\mathrm{e}^x - 1$ c) $x \in]0;+\infty[$ et $f(x) = \dfrac{x-2}{\mathrm{e}^x-1}$

d) $x \in [2;+\infty[$ et $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2-3}$ e) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \sqrt{\mathrm{e}^x}$ f) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$

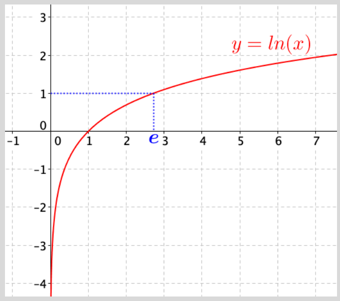
g) $x \in]0;+\infty[$ et $f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x}}$ h) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \mathrm{e}^{x^2-x+3}$ i) $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+1}$

Logarithme népérien

- $\ln(1) = 0$, $\ln(\mathrm{e}) = 1$
- Dérivée
  pour tout $x > 0$, $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$
  sous réserve d'existence : $[\ln(u)]' = \dfrac{u'}{u}$
- Pour $a > 0$, $b > 0$ et n un entier naturel

$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$	$\ln(a^n) = n \ln a$ et $\ln(\sqrt{a}) = \dfrac{1}{2} \ln a$
$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$	$\ln \dfrac{1}{b} = -\ln b$
$\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$	$\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$

- pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(\mathrm{e}^x) = x$ et pour tout $x > 0$, $\mathrm{e}^{\ln(x)} = x$



La base en vidéos : cours et exercices

Exercice 1 Calculer les nombres suivants en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

a) $\ln 16 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\ln 512 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ c) $\ln(0,125) = \ldots\ldots\ldots$

d) $\dfrac{1}{8} \ln \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{1}{8} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ e) $\ln 72 - 2 \ln 3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ f) $\ln 36 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 2 Calculer les nombres suivants en fonction de $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

a) $\ln \dfrac{1}{12} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\ln 500 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ c) $\ln(2,25) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\ln \dfrac{16}{25} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ e) $\ln 21 + 2 \ln 14 - 3 \ln(0,875) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ f) $\ln(6,25) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 3 Calculer le nombre suivant en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

$\ln \dfrac{1}{2} + \ln \dfrac{2}{3} + \cdots + \ln \dfrac{98}{99} + \ln \dfrac{99}{100} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 4 Ecrire les nombres suivants le plus simplement possible.

a) $\mathrm{e}^{3 \ln 2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\ln(\sqrt{\mathrm{e}}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ c) $\mathrm{e}^{-2 \ln 3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\ln(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ e) $\mathrm{e}^{\ln 3 - \ln 2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ f) $-\mathrm{e}^{-\ln \frac{1}{2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

g) $\mathrm{e}^{-\ln(\ln(2))} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ h) $\ln \dfrac{1}{\mathrm{e}^{17}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ i) $\ln(\sqrt{e^4}) - \ln(\sqrt{e^2}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 5 Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes (aide en vidéos : équations - inéquations)

a) $\ln x = -1$ b) $\ln(2 - 5x) = 0$ c) $\ln(x^2) = 9$ d) $\mathrm{e}^{x+3} = 7$

e) $\ln(3x - 5) \leqslant 12$ f) $\ln(x + 2) < \ln(x^2 - 4)$ g) $\ln(3 + 2x) > \ln(1 - x)$ h) $\mathrm{e}^{1+\ln x} \leqslant 2$

Exercice 6
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour f définie par :

a) $x \in]0; +\infty[$ et $f(x) = 2 \ln x - x$ b) $x \in]0; +\infty[$ et $f(x) = x^2 \ln x$

c) $x \in]0; +\infty[$ et $f(x) = x \ln x - x$ d) $x \in]0; +\infty[$ et $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

e) $x \in]2; +\infty[$ et $f(x) = \dfrac{\ln x - 1}{2 \ln x - 1}$ f) $x \in]1; +\infty[$ et $f(x) = \sqrt{\ln x}$

g) $x \in]0; +\infty[$ et $f(x) = (\ln x)^2$ h) $x \in]\frac{2}{3}; +\infty[$ et $f(x) = \ln(-3x + 2)$

Vecteurs du plan

- Vecteur dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$

  On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ les coordonnées du vecteur $\vec{u}$

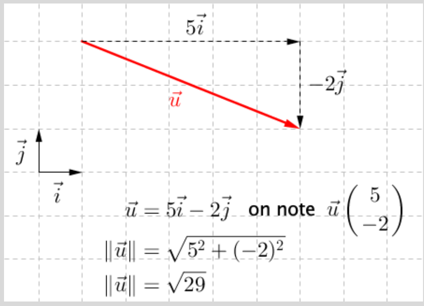
  x : abscisse du vecteur
  y : ordonnée du vecteur

  Norme du vecteur (sa longueur) : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

  Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$: $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

  $-\vec{u}\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$ et $k\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ avec k un réel

  $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

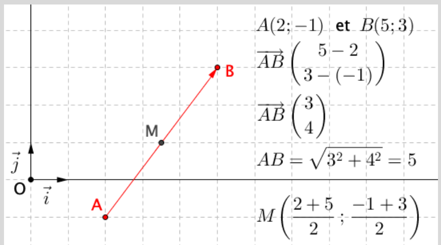


- Vecteur dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

  Coordonnées : $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

  Longueur : $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

  Milieu : $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ milieu de $[AB]$



La base en vidéos : cours, exercices de lecture et exercices de calcul

Pour les exercices suivants, on se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1 Calculer les coordonnées des vecteurs suivants avec $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) $2\vec{u}$ ...... b) $-\vec{u}$ ...... c) $-5\vec{u}$ ...... d) $\dfrac{1}{2}\vec{u}$ ......

e) $\vec{u} + \vec{v}$ .... f) $\vec{u} - \vec{v}$ .... g) $3\vec{u} + 4\vec{v}$ .... h) $-5\vec{u} + 2\vec{v}$ ....

Exercice 2 Calculer la norme des vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

a) $\|\vec{u}\| =$ .... b) $\|\vec{v}\| =$ .... c) $\|\vec{w}\| =$ ....

Exercice 3 Dans chaque cas, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (exemple ici), puis la longueur AB.

a) $A(-1\ ;\ 9)$ et $B(3\ ;\ 6)$ b) $A(0\ ;\ -3)$ et $B(2\ ;\ -7)$ c) $A\left(1,25\ ;\ \dfrac{2}{3}\right)$ et $B(1\ ;\ 1)$

Exercice 4 On considère les points $A(-1\ ;\ 3)$; $B(2\ ;\ -1)$; $C(5,5\ ;\ -1)$ et $D(4\ ;\ 3)$.
On note M le milieu du segment $[AB]$ et E le milieu du segment $[MD]$.

a) Calculer les coordonnées des points M et E.

b) Montrer que les segments $[MD]$ et $[AC]$ ont le même milieu. Que peut-on en déduire ?

Exercice 5 On considère les points $A(-1\ ;\ 2)$; $B(1\ ;\ -4)$ et $C(3\ ;\ 2)$.
Pour chaque égalité vectorielle, déterminer les coordonnées du point D.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ b) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ c) $\overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$